

Министерство образования и науки Хабаровского края
Краевое государственное бюджетное
профессиональное образовательное учреждение
«Хабаровский машиностроительный техникум»



**Методическая разработка
по учебной дисциплине «Математика: алгебра, начала
математического анализа, геометрия»
1 часть**

2017

Рассмотрено и одобрено на заседании ЦК
«Математического и естественнонаучного
цикла»
Протокол № _____
«__» _____ 2017 г.
Председатель ЦК _____ Т.А. Новикова

Рекомендовано
Методический совет
Протокол № _____
«__» _____ 2017 г.
Председатель _____ И.Н. Пухляр

Методическая разработка по учебной дисциплине «Математика: алгебра, начала математического анализа, геометрия» для студентов первого курса специальностей: 08.02.08 «Монтаж и эксплуатация оборудования и систем газоснабжения», 09.02.02 «Компьютерные сети», 13.02.11 «Техническая эксплуатация и обслуживание электрического и электромеханического оборудования (по отраслям)», 15.02.08 «Технология машиностроения», 22.02.06 «Сварочное производство», 38.02.02 «Страховое дело (по отраслям)». Составлено преподавателем КГБ ПОУ ХМТ Кичигиной Н.Х.

Содержание

Раздел 1. Алгебра	4
Повторение	4
1.1. Показательные уравнения	12
1.2. Корень числа	15
1.3. Преобразование корней	16
1.4. Свойства корней	17
1.5. Иррациональные уравнения	18
1.6. Степени и корни	20
1.7. Рациональные выражения	21
1.8. Логарифмы	22
1.9. Свойства логарифмов	23
1.10. Логарифмические уравнения	24
1.11. Показательная функция и ее свойства	24
1.12 Абсолютная и относительная погрешность	29

Раздел 1. Алгебра

Повторение

1. решение квадратных уравнений

$ax^2 + bx + c = 0$, где a, b, c -числа, x -неизвестное

$$D = b^2 + 4ac > 0$$

$$x_1 = \frac{-b + \sqrt{D}}{2a} \quad D=0 \text{ то } x = \frac{-b}{2a}$$

$$x_2 = \frac{-b - \sqrt{D}}{2a} \quad D < 0, \text{ то решений нет}$$

$$2x^2 + 3x - 5 = 0$$

$$D = 3^2 - 4 \times 2 \times (-5) = 9 - (-40) = 49$$

$$1) \quad x_1 = \frac{-3 + 7}{2 \times 2} = \frac{4}{4} = 1$$

$$x_2 = \frac{-3 - 7}{4} = \frac{-10}{4} = -2.5$$

$$x^2 - 7x + 4 = 0$$

$$D = 49 - 4 \times 1 \times 4 = 33$$

$$2) \quad x_1 = \frac{7 + \sqrt{33}}{2} = \frac{7 + \sqrt{33}}{2}$$

$$x_2 = \frac{-7 - \sqrt{33}}{2}$$

$$3x^2 + 5x - 1 = 0$$

$$D = 25 - 4 \times 3 \times (-1) = 25 - (-12) = 37$$

$$3) \quad x_1 = \frac{5 + \sqrt{37}}{6}$$

$$x_2 = \frac{5 - \sqrt{37}}{6}$$

$$4x^2 - 3x = 0$$

$$D = 9 - 4 \times 4 \times 0 = 9$$

$$4) \quad x_1 = \frac{3 + 3}{8} = \frac{6}{8} = 0.75$$

$$x_2 = \frac{3 - 3}{8} = \frac{0}{8} = 0$$

$$2x^2 - 4 = 0$$

$$D = 0^2 - 4 \times 2 \times (-4) = 32$$

$$5) \quad x_1 = \frac{0 + \sqrt{32}}{4}$$

$$x_2 = \frac{0 - \sqrt{32}}{4}$$

2. системы линейных уравнений

Способы решения:

1. способ подстановки

$$\begin{cases} 3x - y = 3 \\ 3x - 2y = 0 \end{cases} \quad \begin{cases} y = 3x - 3 \\ 3x + 6x - 6 = 0 \end{cases}$$
$$\begin{cases} y = -3x + 3 \\ 3x - 2y = 0 \end{cases} \quad \begin{cases} y = 3x - 5 \\ 9x = 6 \end{cases}$$
$$\begin{cases} y = 3x - 3 \\ 3x - 2y = 0 \end{cases} \quad \begin{cases} y = 3x - 3 \\ x = \frac{2}{3} \end{cases}$$
$$\begin{cases} y = 3x - 3 \\ 3x + 2y(3x - 3) = 0 \end{cases} \quad \begin{cases} y = -3 \\ x = \frac{2}{3} \end{cases}$$

2. способ сложения

$$\begin{cases} 8x + 4y = 7 \\ 4x + 2y = 9 \end{cases}$$
$$\begin{cases} 8x + 4y = 7 \\ -8x - 4y = -18 \end{cases}$$

$$0 + 0 = -11$$

$$0 = -11$$

Ответ: нет решений

3. графический способ

3. линейные неравенства

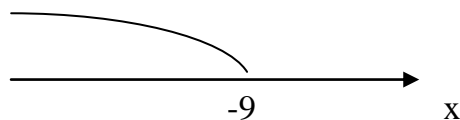
$$6x - 5(2x + 8) > 14 + 2x$$

$$6x - 10x - 40 > 14 + 2x$$

$$2x + 6x < 14 + 40$$

$$-16x < 54$$

$$x < -9$$



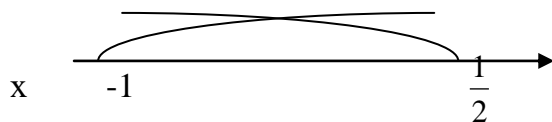
$$x \in (-\infty; -9)$$

4. системы линейных неравенств

$$\begin{cases} 3x + 3 > 0 \\ x - \frac{1}{2} < 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 3x > -3 \\ x < \frac{1}{2} \end{cases}$$

$$\begin{cases} x > -1 \\ x < \frac{1}{2} \end{cases}$$



5. действия со степенями

Квадрат суммы

$$(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$$

Квадрат разности

$$(a-b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$$

Разность квадратов

$$a^2 - b^2 = (a-b)(a+b)$$

$$(x-1)^2 - 5 \leq (x+4)^2$$

$$x^2 - 2x + 1 - 5 \leq x^2 + 2x + 4 + 4^2$$

$$x^2 - 2x + 1 - 5 \leq x^2 + 8x + 16$$

$$x^2 - 2x + x^2 - 8x \leq -1 + 5 + 16$$

$$10x \leq 20 \quad | :10$$

$$x \leq -2$$



$$(x-3)^2 > (1+x)^2 - 8x$$

$$x^2 - 2x + 3 + 3^2 > 1 + 2 \cdot 1 - x + x^2 - 8x$$

$$x^2 - 6x + 9 > 1 + 2x + x^2 - 8x$$

$$x^2 - 6x - 2x - x^2 + 8x > -9 + 1$$

$$0 \cdot x > -8$$

$$(x-1)^2 - 2x + 10 < (2-x)^2$$

$$x^2 - 2x + 1 - 2x + 10 < 2^2 - 2 \cdot 2 - x + x^2$$

Повторение

1. Преобразование выражений

1)

$$2c - \frac{2c^2 - 18}{c+3} = \frac{2c(c+3) - 2c(c+3) - 2c^2 + 18}{c+3} = \frac{2c^2 + 6c - 2c^2 + 18}{c+3} = \frac{6c + 18}{c+3} = \frac{6(c+3)}{c+3} = 6$$

$$2) \frac{2(x-y)}{y} * \frac{3y^2}{(x-y)(x+y)} = \frac{2*3y}{x+y} = \frac{6y}{x+y}$$

$$3) \frac{a^2}{a^2-1} - \frac{a}{a+1} = \frac{a^2}{(a-1)(a+1)} - \frac{a}{a+1} = \frac{a^2 - a^2 + a}{(a-1)(a+1)} = \frac{a}{(a-1)(a+1)}$$

$$4) \frac{a^2 - b^2}{b} * \frac{b^2}{ab + a^2} = \frac{(a-b)(a+b)}{b} * \frac{b^2}{a(a+b)} = \frac{(a-b)*b}{ab} = \frac{a-b}{a}$$

$$5) \frac{m^2 - mn}{n^2} * \frac{mn}{m^2 - n^2} = \frac{m(m-n)}{n^2} * \frac{mn}{(m-n)(m+n)} = \frac{m*m}{n(m+n)} = \frac{m^2}{mn + n^2}$$

$$6) \left(\frac{1}{a-b} - \frac{1}{a+b} \right) \div \frac{2}{a-b} = \frac{a+b-a+b}{(a-b)(a+b)} * \frac{a-b}{2} = \frac{2b}{a+b} * \frac{1}{2} = \frac{b}{2a+2b} = \frac{b}{a+b}$$

$$7) \frac{a+x}{a} \div \frac{ax+x^2}{a^2} = \frac{a+x}{a} * \frac{a^2}{x(a+x)} = \frac{a}{x}$$

$$8) \frac{c^2}{c^2-4} - \frac{c}{c-2} = \frac{c^2}{(c-2)(c+2)} - \frac{c}{c-2} = \frac{c^2 - c^2 - 2c}{(c-2)(c+2)} = \frac{-2c}{(c-2)(c+2)}$$

2. Решение уравнений

$$\frac{x+9}{3} - \frac{x}{5} = 1$$

$$\frac{5x+45-3x}{15} = \frac{15}{15}$$

$$5x+45-3x=15$$

$$1) 2x = 15 - 45$$

$$2x = -30$$

$$x = -15$$

$$\text{Ответ : } x = -15$$

2)

$$\frac{x-6}{4} - \frac{x}{3} = 1$$

$$\frac{3x-18-4x}{12} = \frac{12}{12}$$

$$3x-18-4x=12$$

$$-x=30$$

$$x=-30$$

$$\text{Ответ : } x = -30$$

3)

$$12 - x^2 = 11$$

$$-x^2 = 11 - 12$$

$$-x^2 = -1$$

$$x^2 = 1$$

$$x = \pm\sqrt{1}$$

$$\text{Ответ : } x = \pm\sqrt{1}$$

4)

$$(x+3)(x^2 - 3x + 9) = x^3 + 27$$

$$x^3 + 3x^2 - 3x - 9x + 9x + 27 = x^3 + 27$$

$$x^3 + 3x^2 - 3x^2 - 9x + 9x - x^3 = 27 - 27$$

$$x(x^2 + 3x - 3x - 9 + 9 - x^2) = 0$$

$$x = 0$$

$$\text{Ответ : } x = 0$$

5)

$$(x-1)(x^2 + x + 1) = x^3 - 1$$

$$x^3 - x^2 + x^2 - x + x - 1 = x^3 - 1$$

$$x^3 - x^2 + x^2 - x + x - x^3 = -1 + 1$$

$$x(x^2 - x + x - 1 + 1 - x^2) = 0$$

$$x = 0$$

$$\text{Ответ : } x = 0$$

Самостоятельная работа.

1) $2x^3 + 9 - (x+1)(x^2 - x + 1) = x^3 + 10$

2)

$$a(a+2)(a-2) - (a-3)(a^2 + 3a + 9)$$

3)

$$\left(n + \frac{1}{2}\right)\left(n^2 - \frac{1}{2}n + \frac{1}{4}\right)$$

4)

$$3x - \frac{x+2}{4} - \frac{3x-2}{2} + \frac{x-1}{3} = 1$$

5)

$$1 - \frac{6-2x}{3} = x - \frac{x+3}{2}$$

6)

$$4 - \frac{6-2x}{3} + x = 2x - \frac{x+3}{2}$$

7)

$$\left(\frac{1}{m-n} - \frac{1}{m+n}\right) \div \frac{2}{3m} - 2n$$

РЕШЕНИЕ ЗАДАЧ

$$10a^3 b^{-2} : 5ab^{-3} = 2a^2 b^{-3} = 2a^2 b^3$$

$$23- a^{-3} b^{-2} x^2 : 5a^{-4} b^{-2} x^3 = 5a \cdot x^{-1}$$

$$(a^{-2})^4 = a^{-8} \quad (2a^2 b^{-3})^3 = 27a^6 b^{-9} \quad (a^2)^{-4} = a^{-16} \quad (a^{-2})^{-4} = a^{16}$$

$$7a^3 b^{-1} * 2ab^3 = 14a^4 b^2$$

$$\sqrt[4]{a} : a^{\frac{3}{4}} = a^{\frac{1}{4}} : a^{\frac{3}{4}} = a^{-\frac{2}{4}} = a^{-\frac{1}{2}} = \frac{1}{a^{\frac{1}{2}}}$$

$$\sqrt[12]{x^3} : x^{\frac{1}{4}} = x^{\frac{3}{12}} : x^{\frac{1}{4}} = x^{\frac{1}{4}} : x^{\frac{1}{4}} = 1$$

$$2a^{\frac{1}{2}} x^{\frac{1}{2}} * 5a^{\frac{1}{2}} x^{\frac{1}{2}} = 10a * x$$

$$20a^{-2} b^{\frac{1}{2}} c^{\frac{2}{3}} : 4a^{-3} b^{\frac{1}{2}} c^{\frac{3}{4}} = 5abc^{\frac{1}{12}} = \frac{5ab}{c^{\frac{1}{12}}}$$

$$\sqrt[3]{3a^2 b} : 4ab^3 = 3^{\frac{1}{3}} a^{\frac{2}{3}} b^{\frac{1}{3}} : 4ab^3 = \sqrt{a^{\frac{1}{2}}} : \sqrt{a^{-\frac{1}{2}}} = a^{\frac{1}{2}} : a^{-\frac{1}{3}} = a^{\frac{1}{4}} : a^{\frac{1}{6}} = a^{\frac{1}{4} + \frac{1}{6}} = a^{\frac{5}{12}}$$

$$\left(\frac{9}{16}\right)^{-\frac{1}{10}} : \left(\frac{25}{36}\right)^{-\frac{3}{2}} - \left(\left(\frac{4}{3}\right)^{-\frac{1}{2}}\right)^{-\frac{2}{5}} = \left(\frac{3}{3}\right)^{-\frac{1}{5}} : \frac{216}{125} - \left(\frac{4}{3}\right)^{\frac{1}{5}} * \frac{125}{216} = \left(\frac{3}{4}\right)^{\frac{1}{5}} * \frac{125}{216} = 0$$

$$\left(\frac{1}{16}\right)^{-\frac{3}{4}} + 343^{\frac{1}{3}} + \left(\frac{1}{8}\right)^{-\frac{2}{3}} * 0,81^{-0,5} = 8+7+4 \cdot \frac{10}{9} = 20^{\frac{1}{9}} (0,04)^{1,5} \cdot (0,125)^{-\frac{1}{3}} + 125^{-\frac{2}{3}} \cdot 3,8 = 41$$

$$32^{\frac{2}{5}} \cdot 0,5 - (\sqrt{25^3})^0 - \left(\frac{1}{5}\right)^{-2} + \left(\frac{2}{3}\right)^{-4} \cdot \left(\frac{3}{2}\right)^{-3} = 4 \cdot 0,5 - 1 - 5 + \frac{3}{2} = \frac{-16+3}{2} = \frac{13}{-2} = -6\frac{1}{2} = -6,5$$

$$7c^{\frac{2}{3}} + 3(c^{\frac{1}{3}}) = 7c^{\frac{2}{3}} + 3c^{\frac{2}{3}} = 10c^{\frac{2}{3}}$$

$$4c^{\frac{4}{7}} \div 2 \cdot (c^{\frac{1}{7}})^4 = 6c^{\frac{8}{7}}$$

$$4^{2,5} - \left(\frac{1}{9}\right)^{-1,5} + \left(\frac{5}{4}\right)^{3,5} \cdot (0,8)^{3,5} = 4 \frac{5}{2} - 9 \frac{3}{2} + \frac{5^{\frac{7}{2}}}{4} - \frac{4^{\frac{7}{2}}}{5} = (2^2)^{\frac{5}{2}} - (3^2)^{\frac{3}{2}} + 1 = 2^5 - 3^3 + 1 = 6$$

$$25^{\frac{-3}{2}} - 0,25 = (5^2)^{\frac{-3}{2}} - 0,25 = 5^{-3} - 0,25 = 124,75$$

$$-14\left(c \frac{3}{10}\right)^3 + 4c \frac{9}{10} = 10c^{\frac{9}{10}}$$

$$-\frac{7^{2,7}}{7^{0,9}} = 1^{1,8}$$

$$4^{3a} \bullet 4^{-5a} = 4^{\frac{2}{2}} = 4$$

$$A = -\frac{1}{2}$$

$$2^{7a} \bullet 2^{-3a} \quad a = \frac{1}{2}$$

$$c^{465} \cdot 13c^{-0,5} = 13c^{-5,2}$$

$$b^{-5,6} \cdot 11b^{0,4} = 11b^{-5,2}$$

РЕШЕНИЕ ЗАДАЧ

1) $1227^0 = 1$

2) $\left(\frac{2^{-2}}{3}\right) = \left(\frac{3^2}{1}\right) = 9$

3) $\left(\frac{2^{-4}}{3}\right) = \left(\frac{2^4}{3}\right) = \frac{81}{16}$

4) $(-0,2)^3 = -0,008$

5) $\frac{1}{a^3} = \frac{a^{-3}}{1} = a^{-3}$

6) $\frac{2}{a^2 b} = a^{-2} b^{-1} \cdot 2$

7) $\frac{1}{5a^3(b+c)} = 5a^3(b+c)^{-1}$

$$(0,5)^0 \cdot \left[\left(\frac{6}{5}\right)^{-4}\right]^{-0,25} \cdot (0,36)^{-0,5} \cdot (0,1)^{-2} =$$

1) 1: 2) $\left[\left(\frac{6}{5}\right)^{-4}\right]^{-0,25} = \left(\frac{6}{5}\right)^1 = \frac{6}{5}$

3) $(0,1)^{-2} = \left(\frac{1}{10}\right)^{-2} = 100$

5) $\frac{6}{5} \cdot 1 = \frac{6}{5}$; 6) $\frac{6}{5} \cdot \frac{10}{6} = 2$

7) $2 \cdot 100 = 200$

$$\left(\frac{1}{8}\right)^{-\frac{3}{4}} + 343^{\frac{1}{3}} + \left(\frac{1}{8}\right)^{\frac{\sqrt{2}}{3}} \cdot (0,81)^{-0,5}$$

$$1) \left(\frac{1}{16}\right)^{-\frac{3}{4}} = (16)^{\frac{3}{4}} = (2^4)^{\frac{3}{4}} = 2^3 = 8$$

$$2) \left(\frac{1}{8}\right)^{-\frac{2}{3}} = 8^{\frac{2}{3}} = (2^3)^{\frac{2}{3}} = 4$$

$$3) (0,81)^{-0,5} = \left(\frac{81}{100}\right)^{\frac{1}{2}} = \left(\frac{100}{81}\right)^{\frac{1}{2}} = \left(\frac{10}{9}\right)^{\frac{1}{2}} = \frac{10}{9}$$

$$4) 343^{\frac{1}{3}} = 7^3$$

$$5) 4 \cdot \frac{10}{9} = \frac{40}{9}$$

$$6) 8 + 7 = 15$$

$$7) 15^9 + \frac{40}{9} = \frac{135 + 40}{9} = 19^{\frac{4}{9}}$$

$$9) 7c^{\frac{2}{3}} + 3\left(c^{\frac{1}{3}}\right)^2 = 7c^{\frac{2}{3}} + 3c^{\frac{2}{3}} = 10c^{\frac{2}{3}}$$

$$10) 4c^{\frac{7}{7}} + 2\left(c^{\frac{1}{7}}\right)^4 = 4c^{\frac{1}{7}} + 2c^{\frac{4}{7}} = 6c^{\frac{4}{7}}$$

$$11) 4^{2,5} - \left(\frac{1}{9}\right)^{1,5} + \left(\frac{5}{4}\right)^{3,5} \cdot (0,8)^{3,5} = 1,4^{2,5} = (2^2)^{2,5} = 2^5 = 32$$

$$3 \cdot \left(\frac{5}{4}\right)^{3,5} = \left(\frac{5}{4}\right)^{\frac{35}{10}} = \left(\frac{5}{4}\right)^{\frac{7}{2}}$$

$$4) (0,8)^{3,5} = \left(\frac{8}{10}\right)^{\frac{35}{10}} = \left(\frac{8}{10}\right)^{\frac{7}{2}}$$

$$5) \left(\frac{5}{4}\right)^{\frac{7}{2}} \cdot \left(\frac{8}{10}\right)^{\frac{7}{2}} = \left(\frac{5}{4} \cdot \frac{8}{10}\right)^{\frac{7}{2}} = 1^{\frac{7}{2}} = 1$$

$$12) 25^{\frac{3}{2}} - 0,5 = (5)^{\frac{3}{2}} = 125 - 0,25$$

$$13) -14 \left(c^{\frac{3}{10}} \right)^{\frac{1}{3}} + 4c^{\frac{9}{10}} = -10c^{\frac{9}{10}}$$

$$14) \frac{6^{1,4}}{0,7} = 6^{0,7}$$

$$15) 7^{1,7} : 7^{0,9} = 7^{0,8}$$

$$16) 4^{3a} \cdot 4^{-5a} = 4^{-2a} =, \text{ при } a = -\frac{1}{2} = 4^1 = 4$$

1.1. Показательные уравнения

Показательным уравнением называется такие уравнения в которых неизвестное входит в показатель степени.

Пример:

$$\begin{array}{l} 5^x = 625 \\ 5^x = 5^4 \\ x = 4 \end{array} \quad \begin{array}{l} 16^x = \frac{1}{4} \\ (4^2)^x = 4^{-1} \\ 4^{2x} = 4^{-1} \\ 2x = -1 \\ x = -\frac{1}{2} \end{array}$$

$$\begin{array}{l} 3^x = 243 \\ 3^x = 3^5 \\ x = 5 \end{array}$$

1) 2)

$$\begin{array}{l} 25^x = \frac{1}{5} \\ (5^2)^x = 5^{-1} \\ 5^{2x} = 5^{-1} \\ 2x = -1 \\ x = -\frac{1}{2} \end{array}$$

$$\sqrt{7^u} = \sqrt[3]{343}$$

$$(7^u)^{\frac{1}{2}} = 343^{\frac{1}{3}}$$

$$7^{\frac{1}{2}x} = (7^3)^{\frac{1}{3}}$$

$$\begin{aligned} 3) \quad 7^{\frac{1}{2}x} &= 7^{3 \cdot \frac{1}{3}} \\ \frac{1}{2}x &= 3 * \frac{1}{3} \\ \frac{1}{2}x &= 1 \\ x &= 2 \end{aligned}$$

$$2^{x-1} = 1$$

$$4) \quad 2^{x-1} = 2^0$$

$$x-1 = 0$$

$$x = 1$$

$$2^{-x} = 16$$

$$\begin{aligned} 5) \quad 2^{-x} &= 2^4 \\ -x &= 4 \\ x &= -4 \end{aligned}$$

$$7^x = \frac{1}{49}$$

$$7^x = 49^{-1}$$

$$6) \quad 7^x = (7^2)^{-1}$$

$$7^x = 7^{2 \cdot (-1)}$$

$$x = 2 * (-1)$$

$$x = -2$$

$$7) \left(\frac{4}{9}\right)^x = \left(\frac{3}{2}\right)^8$$

$$\left(\left(\frac{2}{3}\right)^2\right)^x = \left(\frac{3}{2}\right)^8 \quad \left(\frac{2}{3}\right)^{2x} = \left(\frac{2}{3}\right)^{-8}$$

$$2x = -8$$

$$x = \frac{-8}{2} \quad x = -4$$

$$10) 2^{x+1} = 32$$

$$2^{x+1} = 2^5$$

$$x+1 = 5$$

$$x = 5 - 1$$

$$x = 4$$

$$8) 8^{x^2-9x+20} = 1$$

$$8^{x^2-9x+20} = 8$$

$$x^2 - 9x + 20 = 0$$

$$x_1 + x_2 = 9$$

$$x_1 * x_2 = 20$$

$$x_1 = 4 \quad x_2 = 5$$

$$11) \left(\frac{3}{4}\right)^x = \left(\frac{4}{3}\right)^5$$

$$\left(\frac{3}{4}\right)^x = \left(\frac{3}{4}\right)^{-5}$$

$$9) 9^{-x} = 27$$

$$(3^2)^{-x} = (3^3)$$

$$3^{2 \cdot (-x)} = 3$$

$$2 * (-x) = 3$$

$$-2x = 3$$

$$x = \frac{3}{-2}$$

$$x = -5$$

$$x = -1\frac{1}{2}$$

Д/з

- 1) $3^{x+1} + 3^x = 108$
- 2) $3^{2x-1} + 3^{3x-2} - 3^2 x^{-4} = 3x^4 5$
- 3) $3^{2x} - 4 \cdot 3^x = 45$
- 4) $3^{2x+1} - 18 = 25 \cdot 3^x$

Вычислить

$$12) a^{(x+5)(x-3)} = 1$$

$$a^{(x+5)(x-3)} = a^0$$

$$(x+5)(x-3) = 0$$

$$x^2 - 3x + 5x - 15 = 0$$

$$x^2 + 2x - 15 = 0$$

$$x_1 + x_2 = -2$$

$$x_1 \cdot x_2 = -15$$

$$x_1 = -5$$

$$x_2 = 3$$

$$13) 2^{5x^2-14x+1} = 16^{x^2-x-5}$$

$$2^{5x^2-14x+1} = (2^4)^{x^2-x-5}$$

$$2^{5x^2-14x+1} = 2^{4x^2-4x-20}$$

$$5x^2 - 14x + 1 = 4x^2 - 4x - 20$$

$$5x^2 - 14x + 1 - 4x^2 + 4x + 20 = 0$$

$$x^2 - 10x + 21 = 0$$

$$x_1 + x_2 = 10$$

$$x_1 - x_2 = 21$$

$$x_1 = 3$$

$$x_2 = 7$$

$$14) 8^{\frac{5}{3}x-4} - 4^{6-\frac{3}{2}x} = 0$$

$$8^{\frac{5}{3}x-4} = 4^{6-\frac{3}{2}x}$$

$$(2^3)^{\frac{5}{3}x-4} = (2^2)^{6-\frac{3}{2}x}$$

$$2^{3(\frac{5}{3}x-4)} = 2^{2(6-\frac{3}{2}x)}$$

$$3(\frac{5}{3}x - 4) = 2(6 - \frac{3}{2}x)$$

$$5x - 12 = 12 - 3x$$

$$5x + 3x = 12 + 12$$

$$8x = 24$$

$$x = \frac{24}{8}$$

$$x = 3$$

$$2^x + 2^{x-1} - 2^{x-3} = 44$$

$$2^{x-3}(2^3 - 2^2 - 2^0) = 2^{x-3} \cdot 11 = 44$$

$$2^{x-3} = 4$$

$$2^{x-3} = 2^2$$

$$x - 3 = 2$$

$$x = -1\frac{1}{2}$$

$$9 * 5^{5x+1} - 5^x = 5500$$

$$5^x(9^x * 5^1 - 5^0) = 5500$$

$$1) 5^x * 44 = 5500$$

$$5^x = 125$$

$$5^x = 5^3$$

$$x = 3$$

$$5^{2x} + 5^{2x+1} = 150$$

$$5^{2x}(5 + 5^1) = 150$$

$$5^{2x} * 6 = 150$$

$$3) 5^{2x} = 25$$

$$5^{2x} = 5^2$$

$$2x = 2$$

$$x = 1$$

$$2) 3^{3x+1} - 2 * 3^{3x} = 27$$

$$3^{3x}(3^1 - 2 * 3^0) = 27$$

$$3^{3x} * 1 = 27$$

$$x = 3$$

$$4) 7^x - 7^{x-1} = 6$$

$$5) 3^x - 3^{x-2} = 72$$

$$6) 3 \cdot 2^x - 2^{x-1} + 5 \cdot 2^{x-2} = 120$$

Практическое занятие

$$7^{2x} - 48 - 7^x = 49$$

$$1) 4 \cdot 2^{2x} - 33 \cdot 2^x + 8 = 0$$

$$2) 8^{2x} + 6 \cdot 8^x - 7 = 0$$

$$3) 7^{2x} - 8 \cdot 7^x + 7 = 0$$

$$4) 5 \cdot 5^{2x} + 43 \cdot 5^x + 24 = 0$$

Д/з

$$1) 3^{x+1} + 3^x = 108$$

$$2) 3^{2x} - 4 * 3^x = 45$$

$$3) 3^{2x+1} - 18 = 25 * 3^x$$

1.2. Корень числа

Корнем n-ой степени из действ. числа, называется такое действ. число X при возведении которого в степени n получается число a

$$x = \sqrt[n]{a} \rightarrow x^n = a$$

Свойства корней

1) корень из произведения = произведению корней

$$\sqrt[n]{a \cdot b \cdot c} = \sqrt[n]{a} \cdot \sqrt[n]{b} \cdot \sqrt[n]{c}$$

2) корень из дроби равен корню из числителя делённому на корень из знаменателя

$$\sqrt[n]{\frac{a}{b}} = \frac{\sqrt[n]{a}}{\sqrt[n]{b}}$$

3) чтобы извлечь корень из степени надо показатели степени разделить на показатель корня

$$\sqrt[n]{a^m} = a^{\frac{m}{n}} = a^m$$

Задачи

1) $\sqrt[n]{25 - 64}$

2) $\sqrt[n]{100 \cdot 4}$

3) $\sqrt{49 \cdot 36 \cdot 100}$

4) $\sqrt{81 \cdot 36}$

5) $\sqrt{16 \cdot 25 \cdot 4}$

6) $\sqrt{\frac{49}{25}}$

7) $\sqrt[3]{\frac{8}{125}}$

8) $\sqrt[3]{\frac{64}{729}}$

9) $\sqrt[4]{\frac{1}{16}}$

10) $\sqrt[3]{2^6}$

11) $\sqrt[3]{5^3}$

12) $\sqrt[3]{\left(\frac{2}{3}\right)^6}$

13) $\sqrt[4]{13^8}$

14) $\sqrt[3]{8x^6}$

15) $\sqrt{\frac{1}{4}x^2y^n}$

16) $\sqrt{\frac{1}{27}a^3b^9}$

1.3. Преобразование корней

Вычислить

1) $\sqrt{27}$

2) $\sqrt[3]{16}$

3) $\sqrt{9a}$

4) $\sqrt[3]{8a^2}$

5) $\sqrt{9a^2bc^3}$

6) $\sqrt[4]{16bc^8}$

8) $\sqrt{90} : \sqrt{18}$

7) $\sqrt[3]{a^2} \cdot \sqrt[4]{a^3} \cdot \sqrt[6]{a^5}$

Д/з

1) $\sqrt[3]{6a^4} : \sqrt[3]{2a}$

3) $\sqrt[5]{m^4} : \sqrt[15]{m^2}$

2) $\sqrt[4]{9a^3} : \sqrt[4]{\frac{a}{9}}$

4) $\frac{a}{\sqrt[7]{a^4}}$

Корень числа

Пример

$$\sqrt{4} = 2 \text{ т.к. } 2^2 = 4$$

$$\sqrt[n]{a^m} = a^{\frac{m}{n}}$$

Пример

$$\sqrt[3]{8^6} = 8^{\frac{6}{3}} = 8^2 = 64$$

$$\sqrt[4]{a^2} = a^{\frac{2}{4}} = a^{\frac{1}{2}}$$

$$\sqrt[8]{x^2} = x^{\frac{2}{8}} = x^{\frac{1}{4}}$$

$$\sqrt[6]{m^3} = m^{\frac{3}{6}} = m^{\frac{1}{2}}$$

$$\sqrt[10]{x^5} = x^{\frac{5}{10}} = x^{\frac{1}{2}}$$

1.4. Свойства корней

1. что бы извлечь корень из произведения надо извлечь его из каждого множителя отдельно.

$$\sqrt[w]{abc} = \sqrt[w]{a} \times \sqrt[w]{b} \times \sqrt[w]{c}$$

$$\sqrt[3]{8 \times 27} = \sqrt[3]{8} \times \sqrt[3]{27} = 2 \times 3$$

2. что бы извлечь корень из дроби нужно отдельно извлечь его из числителя и знаменателя

$$\sqrt[n]{\frac{a}{b}} = \frac{\sqrt[n]{a}}{\sqrt[n]{b}}$$

$$\sqrt[2]{\frac{25}{64}} = \frac{\sqrt{25}}{\sqrt{64}} = \frac{5}{8}$$

3. чтобы извлечь корень из степени нужно разделить показатель степени на показатель корня

$$\sqrt[n]{a^{mn}} = a^{\frac{mn}{n}}$$

$$\sqrt{25 \times 64} = \sqrt{25} \times \sqrt{64} = 5 \times 8 = 40$$

$$\sqrt{100 \times 4} = \sqrt{100} \times \sqrt{4} = 10 \times 2 = 20$$

$$\sqrt{81 \times 36} = \sqrt{81} \times \sqrt{36} = 9 \times 6 = 54$$

Д\з

$$\sqrt{x^4} =$$

$$\sqrt[3]{a^9} =$$

$$\sqrt[5]{m^{10}} =$$

$$\sqrt[6]{9^{18}} =$$

$$\sqrt[4]{a^4 b^8 c^{12}} =$$

$$\sqrt[3]{64a^3 c^3 z^3} =$$

1.5. Иррациональные уравнения

Иррациональные уравнения называются такие уравнения, которых неизвестная величина находится под знаком корня.

Чтобы решить иррациональное уравнение необходимо избавиться от корня, для чего обе части уравнения возводят в квадрат.

Пр:

$$\sqrt{x-7} = 9$$

$$(\sqrt{x-7})^2 = 9^2$$

$$x-7 = 81$$

$$x = 88$$

$$\sqrt{88-7} = 9$$

1)

$$\sqrt{x^2-1} = \sqrt{3}$$

$$(\sqrt{x^2-1})^2 = (\sqrt{3})^2$$

$$x^2-1 = 3$$

$$x^2 = 4$$

$$x_1 = 2$$

$$x_2 = -2$$

$$2^2-1 = \sqrt{3}$$

$$\sqrt{3} = \sqrt{3}$$

$$(-2^2)-1 = \sqrt{3}$$

$$\sqrt{3} = \sqrt{3}$$

2)

$$\sqrt{5-x} + 2 = 7$$

$$\sqrt{5-x} = 7 - 2$$

$$\sqrt{5-x} = 5$$

$$(\sqrt{5-x})^2 = 5^2$$

$$5 - x = 25$$

$$-x = 25 - 5$$

$$x = -20$$

3)

$$\sqrt{x-1} * \sqrt{2x+6} = x+3$$

$$(\sqrt{x-1})^2 * (\sqrt{2x+6})^2 = (x+3)^2$$

$$(x-1) * (2x+6) = x^2 + 2x^3 + 3^2$$

$$2x^2 + 6x - 2x - 6 = x^2 + x^3 + 3^2$$

$$x^2 - 2x - 15 = 0$$

$$x_1 = 5$$

$$x_2 = -3$$

Проверка

$$\sqrt{5-1} * \sqrt{2*5+6} = 5+3$$

$$2*4 = 8$$

$$8 = 8$$

$$\sqrt{-3-1} * \sqrt{2*(-3)+6} = -3 + (-3)$$

$$\sqrt{-4} * 0 = 0$$

$$0 = 0$$

4) решите уравнение

$$\sqrt{2x+5} + \sqrt{x-1} = 8$$

5)

$$x-5 = \sqrt{x+1}$$

6) вычислить

$$\sqrt{6a^2} / \sqrt{2a}$$

7)

$$\frac{a}{\sqrt[2]{a^4}}$$

8)

$$\sqrt[4]{9a^3} / \sqrt[4]{\frac{a}{9}}$$

9)

$$\frac{a}{6\sqrt{a}}$$

10) решите уравнение

$$\sqrt{3x-5} - 4 = 5$$

11)

$$x - \sqrt{25 - x^2} = 7$$

12)

$$5\sqrt{x} - 7 = 3\sqrt{x} - 1$$

13)

$$\frac{1}{x + \sqrt{1+x^2}} + \frac{1}{x - \sqrt{1+x^2}} = -2$$

Преобразование корней

$$\sqrt[3]{16} = \sqrt[3]{2 * 8} = 2 * \sqrt[3]{2}$$

$$\sqrt[3]{54} = \sqrt[3]{27 * 2} = 3 * \sqrt[3]{2}$$

$$\sqrt[3]{8m^2} = 2m^{\frac{2}{3}}$$

$$\sqrt[3]{5n^3} = 5^{\frac{1}{3}} n$$

$$\sqrt[3]{2x^6} = 2^{\frac{1}{3}} x^{\frac{6}{3}} = 2^{\frac{1}{3}} x^2$$

$$\sqrt[3]{16y^3} = \sqrt[3]{8 * 2y^2} = 2^{\frac{1}{3}} y = 2^{\frac{5}{3}} y$$

$$\sqrt[3]{250} = \sqrt[3]{125 * 2} = 5 * \sqrt[3]{2}$$

$$\sqrt[3]{72} = \sqrt[3]{8 * 9} = 2 * \sqrt[3]{3}$$

$$\sqrt{9a^2bc} = 3ab^{\frac{1}{2}}c^{\frac{3}{2}}$$

$$\sqrt[3]{27x^4y^2z} = 3x^{\frac{4}{3}}yz^{\frac{2}{3}}$$

$$\sqrt[4]{81c^6d^5} = 3c^{\frac{3}{2}}y^{\frac{5}{4}}$$

1.6. Степени и корни

Степенью числа a называется выражение вида $a^n = b$, где a - основание; n - показатель; b - степень

Свойства степени

1. $a^0 = 1$

$$a^{-n} = \frac{1}{a^n}$$

$$\frac{1}{a^{-n}} = a^n$$

$$\frac{a^m}{a^n} = a^{m-n}$$

$$a^m * a^n = a^{m+n}$$

$$\sqrt[n]{a} = a^{\frac{1}{n}}$$

$$\sqrt[3]{a} = a^{\frac{1}{3}}$$

$$\sqrt[n]{a^m} = a^{\frac{m}{n}}$$

$$\sqrt[4]{5^8} = 5^{\frac{8}{4}} = 5^2 = 25$$

$$(ab)^n = a^n * b^n$$

$$\left(\frac{a}{b}\right)^n = \frac{a^n}{b^n}$$

$$1^n = 1$$

$$(-3)^5 = -243$$

$$(0.1)^4 = 0.0001$$

$$5^3 = 125$$

$$\left(\frac{1}{2}\right)^4 = \frac{1}{16}$$

$$(3ab)^2 = 9a^2b^2$$

$$(0.2x)^3 = 0.008x^3$$

$$(3a^2b^4)^3 = 27a^6b^{12}$$

$$\left(-\frac{x^2y}{z^3}\right)^4 = \frac{x^8y^4}{z^{12}}$$

$$(5a^4b^2c)^4 = 625a^{16}b^8c^4$$

$$\left(-\frac{0.2a^3bc}{d^2}\right)^3 = -\frac{0.008a^9b^3c^3}{d^6}$$

$$\left(1\frac{1}{4}a^2b\right)^3 = \left(\frac{5}{4}\right)^3 a^6b^3 = \frac{125}{64}a^6b^3$$

$$\left(-\frac{2}{3}a^3b^2c\right)^6 = \frac{64}{243}a^{18}b^{12}c^6$$

$$7a^2b^{-1} * 2ab^3 = 14a^3b^2$$

$$4\frac{1}{2}a^4x^{-3}y^{-2} * 2a^{-4}x^3y^5 = 1 * y^3 = y^3$$

$$a^8 : a = a^9 \quad x^{-2} : x = x^{-3}$$

домашнее задание:

$$\left(\frac{4a^3b^5}{3c^7d^2}\right)^4$$

$$\left(\frac{2x^{-3}y^2}{3x^4y^{-5}}\right)^{-2}$$

$$\left(\frac{x^{-\frac{1}{2}}y^{\frac{2}{3}}z^2}{x^2y^{-\frac{1}{2}}z^{\frac{1}{5}}}\right)^{\frac{1}{2}}$$

1.7. Рациональные выражение

Вычислить

$$\sqrt[3]{2^6} =$$

$$\sqrt[3]{53} =$$

$$\sqrt[3]{\left(\frac{2}{3}\right)^6} =$$

$$\sqrt[4]{3^8} =$$

$$\sqrt{27} =$$

$$\sqrt[3]{16} =$$

$$\sqrt[3]{54} =$$

$$\sqrt{32} =$$

$$\sqrt{9a} =$$

$$\sqrt{48} =$$

$$\sqrt{2a^2} =$$

$$\sqrt{60} =$$

$$\sqrt[4]{27x^4 y^2} =$$

$$\sqrt{9a^2 bc^3} =$$

$$\sqrt{\frac{12}{xy}} =$$

$$\sqrt{\frac{49b}{5a}} =$$

$$\sqrt{\frac{4c3}{9a5b}} =$$

$$1) (\sqrt[4]{a} + \sqrt[4]{16a} + \sqrt[4]{81a} - \sqrt[4]{625a}) =$$

$$2) (\sqrt{9x} - \sqrt[3]{89}) - (\sqrt[3]{279} - \sqrt{16x}) =$$

$$3) \sqrt{3m} * \sqrt[4]{3m} * \sqrt[8]{3m^3} =$$

$$(\sqrt[3]{a^2 b})^2 =$$

$$(\sqrt[3]{xy^2})^4 =$$

$$(\sqrt[5]{a^4 b^2})^2 =$$

$$\frac{a}{\sqrt{a}} =$$

$$\frac{5n}{3\sqrt{n}} =$$

$$\frac{2x^2}{\sqrt{x}} =$$

1.8. Логарифмы

Логарифмом числа по данному основанию называется показатель степени в которую надо возвести в основание чтобы получить заданное число.

$$\log_a b = c$$

A-основание

C-степень

B-заданное число

$$B=c \Rightarrow b=a.$$

Пример:

$$\log_2 4=2 \quad \log_5 \frac{1}{5}=-1$$

$$\log_{10} 100=2 \quad \log_3 \sqrt{3}=\frac{1}{2}$$

Вычислить:

$$\log_2 16, \log_3 27, \log_4 64, \log_9 81, \log_5 125, \log_7 243, \log_3 81, \log_2 128, \log_8 64$$

1.9. Свойства логарифмов

- 1) Отрицательные числа и ноль не имеют логарифмов
- 2) При любом оснований логарифма единица=0
- 3) Логарифма числа равного основанию это единица
- 4) Логарифм произведения равен сумме логарифмов $\log_a (b \cdot c) = \log_a b + \log_a c$,
- 5) Логарифм частного равен разности логарифмов . $\log_a \frac{b}{c} = \log_a b - \log_a c$.
- 6) Степень можно внести за знак логарифма. $\log_a b^n = n \cdot \log_a b$

Десятичный логарифм

$$\log_{10} a = \lg a.$$

$$\lg 100=2$$

Примеры:

$$1) \quad x = \frac{ab}{c^2}; \log x = \log \frac{ab}{c^2} = \log(ab) - \log c^2 = \log a + \log b - 2\log c$$

$$2) \quad x = \sqrt{\frac{3a^2b}{c^3}}; \log x = \log \sqrt{\frac{3a^2b}{c^3}} = \frac{1}{2} \log \frac{3a^2b}{c^3} = \frac{1}{2} (\log 3a^2b - \log c^3) = \frac{1}{2} (\log 3 + 2\log a + \log b - 3\log c)$$

$$3) \quad x = a^3b^3; \log_x = \log a^3b^3 = 3\log a + 3\log b$$

$$4) \quad x = \frac{5a^3c^2}{b^4}; \log_x = \frac{5a^3c^2}{b^4} = 3\log 5a + 2\log c - 4\log b$$

$$5) \quad x = \frac{2a^2(a+b)}{3b^3}; \log_x = \frac{2a^2(a+b)}{3b^3} = 2\log 2a + \log(a+b) - 3\log 3b$$

$$6) \quad x = 7a^3b \cdot \sqrt[8]{c}; \log_x = 3\log 7a + 7/81 \log 2/c$$

$$7) \quad x = \sqrt[3]{7a^3b}; \log x = 1/2 * \log 7a^3b = 1/2 (3\log 7) \log b$$

$$8) \quad x = (a^3 * \sqrt{28}) / (8c^3 * y^2)$$

1.10. Логарифмические уравнения

Логарифмические уравнение- это уравнения, в котором неизвестное находится под знаком логарифмов

$$\log_3(12x+4)-\log_3(x-7)=\log_3 9$$

$$(12x+4)/(x-7) = 9/1$$

$$12x+4=9(x-7)$$

$$\log_2(2^x+3)+\log_2(2^x-3)=\log 2^7$$

$$\log_2(2^{2x}+3)+\log_2(2^{2x}-3)=\log 2^7$$

$$(2^{2x}+3)*(2^{2x}-3)=(2^{2x}+3)*(2^{2x}-3)=7$$

$$2^{2x}-9=7$$

$$2^{2x}=16$$

$$2^{2x}=2^4$$

$$2x=4$$

$$x=2$$

$$\log_3(5^x-1) + \log_3(5^x+1)=1+3\log 3^2 (5^x-1)*(5^x+1)=1+3$$

$$5^{2x}+1=1+3+2$$

$$5^{2x}+1=6$$

$$5^{2x}=5$$

$$x=0.5$$

1.11. Показательная функция и её свойства.

Показательной называется функция заданная формулой $y = a^x$, где a — основание, x — показатель, при этом $a > 0$.

Свойство показательной функции.

- 1) $a^0 = 1$
- 2) $a^1 = a$
- 3) т.к $a > 0$, то $a^x > 0$
- 4) $x, y \quad a^x * a^y = a^{x+y}$
- 5) если $a > 0$, то $y = a^x \uparrow$

если $0 < a < 1$, то $y = a^x \downarrow$

- 6) Показательная функция непрерывно на всей числовой прямой.

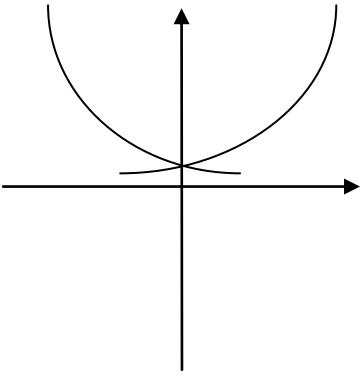
- 7) $y = a^x > 0$

$$y > 0$$

Пример:

$$y = 2^x; y = \left(\frac{1}{2}\right)^x$$

Y



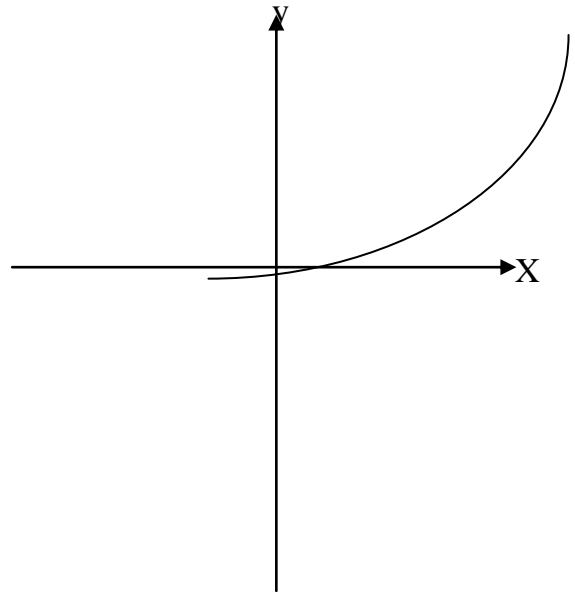
X	0	1	2	-1
y	1	2	4	$\frac{1}{2}$

$$y = 4^{x-1} + 5$$

x	0	1	2	-1
y	1	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{4}$	2

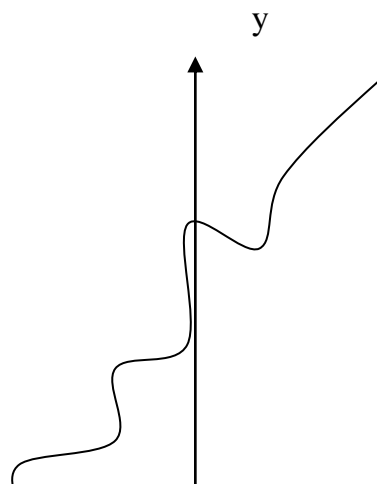
$$y = 7^x$$

x	0	1	2	-1
y	1	7	49	$\frac{1}{7}$

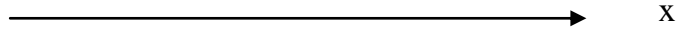


$$y = 5^{x+1} - 4$$

x	1	2	0	-1
---	---	---	---	----

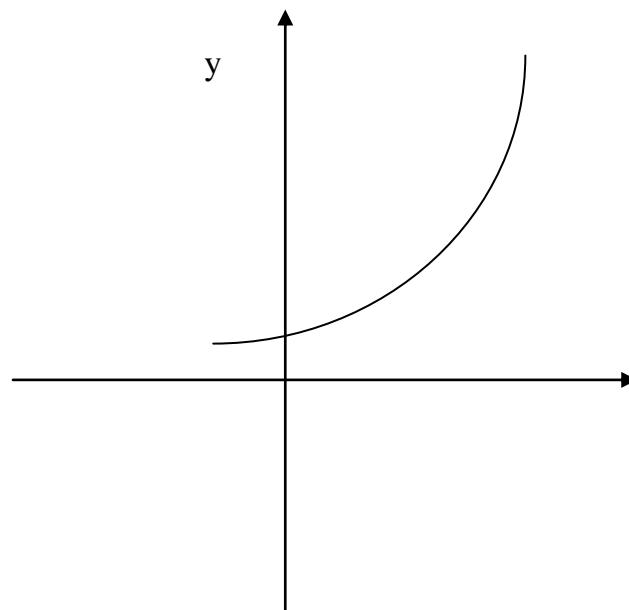


y	21	121	1	-3
---	----	-----	---	----



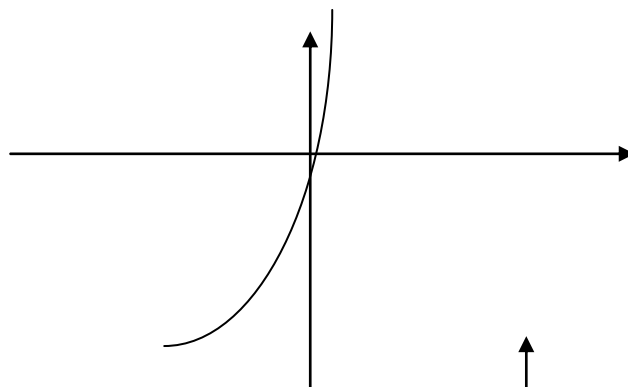
$$y = 9^{x-1} - 5$$

x	0	1	2	-1
y	175	14	-1	11



$$y = 4^{x-1} + 5$$

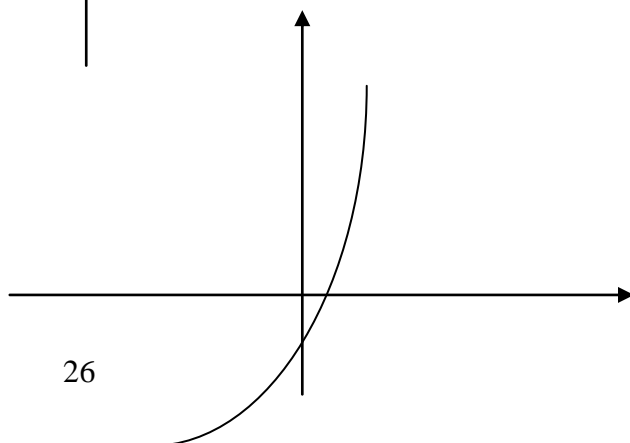
X	0	1	2	-3
y	5,25	6	9	21



$$1) y = 4^{x+1}$$

$$2) y = \left(\frac{1}{2}\right)^x - 1$$

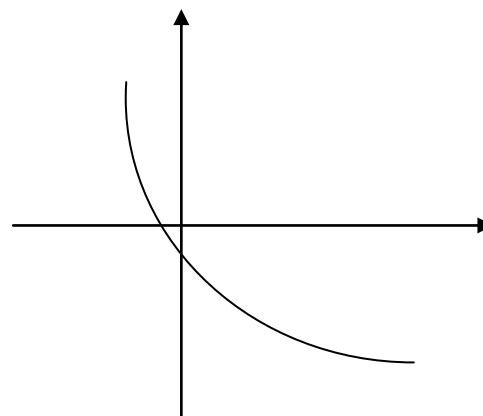
$$1) y = 4^{x+1}$$



x	0	1	2	-1
y	4	16	64	1

$$2)y = \left(\frac{1}{2}\right)^x - 1$$

x	0	1	2	-1
y	0	-0,5	-0,5	1



Решение задач

$$f(x) = x^4 - x^3 + 2x^2 + 4$$

$$f(0) = 0^4 - 0^3 + 2 * (-1)^2 + 4 = 8$$

$$P(-1) = (-1^4) - (-1)^3 + 2 * (-1)^2 + 4 = 8$$

$$P(2) = 2^4 - 2^3 + 2 * 2^2 + 4 = 16 - 8 + 8 + 4 = 20$$

$$f(x) = (x)^5 + (x)^3$$

Доказать $f(2) = -f(-2)$

$$f(2) = 2^5 + 2^3 = 40$$

$$f(-2) = (-2)^5 + (-2)^3 = 32 + (-8) = -40$$

$$40 = (-40)$$

$$40 = 40$$

О.О.Ф.

$$1)y = x^2 - 1$$

О.О.Ф: x-любое число.

$$2)\frac{x+2}{2x-8}$$

О.О.Ф.

$$2x - 8 \neq 0$$

$$2x \neq 8$$

$$8 : 2 = 4$$

$$x \neq 4$$

$$3)y = \frac{1}{1-x^2}$$

О.О.Ф.

$$1 - x^2 \neq 0$$

$$1 - x^2 \neq 1$$

$$x \neq 1$$

$$x \neq -1$$

$$4) y = \frac{1 \cdot 1}{x^2 - x - 12}$$

$$x^2 - x - 12 \neq 0$$

$$D = b^2 - 4ac = 1^2 - 4 \cdot 1 \cdot (-12) = 1 - (-48) = 49$$

$$x_1 = \frac{1+7}{2} = \frac{8}{2} = 4$$

$$x_2 = \frac{1-7}{2} = \frac{-6}{2} = -3$$

$$5) y = \sqrt{1-x}$$

$$1-x \geq 0$$

$$-x \geq 0-1$$

$$-x \geq -1$$

$$x \leq 1$$

$$\text{O.O.}\Phi. \quad x \leq 1$$

$$6) y = \sqrt{18-6x}$$

$$18-6x \geq 0$$

$$-6x \geq -18$$

$$x \leq 3$$

$$\text{O.O.}\phi. \quad x \leq 3$$

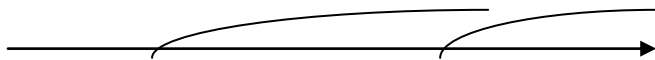
$$y = \sqrt{x-2} + \sqrt{x+5}$$

$$x-2 \geq 0$$

$$x+5 \geq 0$$

$$x \geq 2$$

$$x \geq -5$$



$$\text{O.O.}\Phi. \quad x \in [2; +\infty)$$

$$1) f(t) = t^2 - 6t + 8$$

$$f(0) = 0^2 - 6 \cdot 0 + 8 = 8$$

$$f(2) = 2^2 - 6 \cdot 2 + 8 = 4 - 12 + 8 = 0$$

$$f(-1) = (-1)^2 - 6 \cdot (-1) + 8 = 1 + 6 + 8 = 15$$

$$2) f(x) = x^3 + x$$

Доказать, что $f(1) = -f(-1)$

$$f(1) = 1^3 + 1 = 1 + 1 = 2$$

$$-f(-1) = -(-1^3 + 1) = -(-1 + 1) = -0 = 0$$

$$f(1) = -f(-1)$$

3) 1) $y = x^3 + 1$

x - любое число

$$\frac{x-2}{2x-8}$$

$$2x-8 \neq 0$$

$$x \neq 4$$

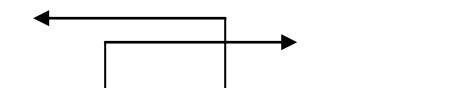
$$2x \neq 0$$

$$y = \sqrt{x} + \sqrt{4-x}$$

$$x \geq 0$$

$$4-x \geq 0;$$

$$x \leq 4$$

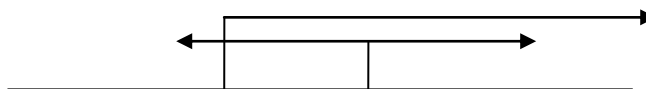


$$y = \sqrt{\frac{4x-8}{3+6x}} \quad \begin{matrix} 3-6x \geq 0 \\ -6x \geq 3 \end{matrix}$$

$$4x-8 \geq 0 \quad x \leq -0,5$$

$$4x \geq 8$$

$$x \geq -2$$



$$x \in [-0.5; +\infty);$$

$$x \in [-2; -0.5]$$

1.12. Абсолютная и относительная погрешность

Рассмотрим функцию $y=f(x)$. Предложим, что величина x получена непосредственным измерением или в результате приближенного вычисления. Тогда при нахождении величины x мы допускаем не зависящую от нас погрешность Δx .

Пусть x - приближенное значение аргумента (измеряемой величины), Δx – абсолютная погрешность величины x , $\frac{\Delta x}{x}$ - относительная погрешность величины x , а $x+\Delta x$ – истинное значение измеряемой величины (Δx может быть как положительным, так и отрицательным числом).

Тогда x определяет приближенное значение функции $f(x)$, а $x+\Delta x$ – ее истинное значение $f(x+\Delta x)$, откуда следует, что абсолютная погрешность функции

$$|\Delta y|=|f(x+\Delta x)-f(x)|$$

При малых значениях Δx (близких к нулю) величину Δy можно приближенно заменить дифференциалом dy :

$$y = f(x + \Delta x) - f(x) \approx f'(x) \Delta x = dy$$

Выгода замены приращения функции Δy ее дифференциалом dy зависит от Δx линейно, а Δy представляет собой обычно более сложную зависимость от Δx .

Полагая $\Delta y \approx dy$, получил выражение для относительной погрешности E величины y :

$$E = \left| \frac{dy}{y} \right|$$

Вычисление приближенного числового значения функции.

Пусть дана функция $y = f(x)$; приращение этой функции $\Delta y = f(x + \Delta x) - f(x)$, её дифференциал $dy = f'(x)dx$. При достаточно малых (близких к нулю) приращениях аргумента Δx будем считать, что $\Delta y \approx dy$, т.е. что приращения функции приближено равно ее дифференциалу.

Заменив приращение функции e дифференциалом, получим:

$$f'(x)dx \approx f(x + \Delta x) - f(x),$$

Откуда:

$$f(x + \Delta x) \approx f(x) + f'(x)\Delta x$$

Применение этой формулы дает значительное упрощение вычисления числового значения функции; геометрически это соответствует замене участка кривой отрезком касательной.

Дано :	
$y = l^3$	
$l = 2$	
$\Delta l = 0,01$	

$$\varepsilon = ?$$

Решение :

$$l = \frac{\Delta y}{y}$$

$$y(l) = 2^3 = 8$$

$$\Delta y = y(l + \Delta l) - y(l) = y(l + \Delta l) =$$

$$= (2,01)^3 = 8,121$$

Дано :	
$y = 3l^2 + 5l + 1$	
$l = 3$	
$\Delta l = 0,001$	
$y(l + \Delta l) - ?$	

Решение :

$$y(l + \Delta l) \approx y(l) + y'(l)\Delta l$$

$$y(l) = 33^2 + 35 + 1 = 27 + 16 = 43$$

$$y' = l + 5$$

$$y'(l) = 63 + 5 = 23$$

$$y(l + \Delta x) \approx 43 + 23 \cdot 0,001 =$$

$$43,023$$

Дано :	
$y = x^3 + x - 1$	
$l = 2$	
$\Delta x = 0,01$	
<hr/>	
$y(l + \Delta l)$	

Решение :

$$y(l + \Delta x) \approx y(l) + y'(x)\Delta x$$

$$y(l) = 2^3 + 2 - 1 = 9$$

$$y' = 3l + 1$$

Задачи:

1. Найдите относительную погрешность равенства $13/27 \approx 1/2$.
2. Число 8,75 найдено с относительной погрешностью 0,4%. Определите границу абсолютной погрешности.
3. Найдите относительную погрешность вычисления площади прямоугольника со сторонами $3,86 \pm 0,005$ и $4,6 \pm 0,05$.
4. Найдите относительную погрешность вычисления объема прямоугольного параллелепипеда с измерениями $a = 4,48 \pm 0,005$, $b = 5,8 \pm 0,05$ и $h = 6,72 \pm 0,005$.
5. При вычислении объема цилиндра по формуле $V = \pi R^2 H$ было дано: $\pi = 3,14$, $R = 36,7$ (см) и $H = 86,4$ (см) (все цифры верные). Сколько верных значащих чисел содержится в ответе?
6. Вычислите диагональ c прямоугольника, стороны которого $a = 6,24 \pm 0,005$ (см) и $b = 4,8 \pm 0,05$ (см). Сколько верно значащих цифр содержится в ответе?
7. С какой точностью надо измерить радиус круга, чтобы абсолютная погрешность площади круга не превышала 10 см^2 ? Грубое приближенное значение $R = 8,7$ см.

