

**Краевое государственное бюджетное профессиональное  
образовательное учреждение  
«Хабаровский машиностроительный техникум»**

## **ПЛАН-КОНСПЕКТ**

урока по дисциплине «**Элементы математической логики**»  
на тему: «**Общие понятия теории множеств: множества, операции  
над множествами и их свойства**»

Разработала преподаватель: **Ермолко Г.С.**

**Хабаровск  
2015**

Тема: «**Общие понятия теории множеств: множества, операции над множествами и их свойства**»

**Вид занятия:** комбинированный урок.

**Оборудование:** ПК, презентация.

**Цель:** изучить понятие множества, операций над множествами и их свойства.

**Образовательный компонент цели:**

1. Сформировать представление о «Теории множеств» и ее взаимосвязи с другими науками;
2. Изучить понятие множества и его элементов;
3. Рассмотреть способы задания и виды множеств;
4. Научиться выполнять простейшие операций над множествами и рассмотреть их свойства;
5. Научиться решать простейшие задачи теории множеств;
6. формирование учебно-познавательных компетентностей обучающихся.

**Развивающий компонент цели:**

1. Развитие умения работать индивидуально;
2. Развитие дисциплинированности;
3. формирование самообразовательных, информационных компетентностей обучающихся.

**Воспитательный компонент цели:**

1. Воспитание уважение к мнению других, способствовать выработке собственного мнения;
2. формирование общекультурных, коммуникативных компетентностей обучающихся.

**Познавательный компонент цели:**

1. Активизация пройденного материала по дисциплине «Математика»;
2. Межпредметные связи «Теории множеств» с другими дисциплинами специальности 09.02.02 Компьютерные сети.

**План занятия:**

1. Организационный момент. Объявление темы и постановка целей занятия. (3 мин.)
2. Мотивация изучения темы. (5 мин.)
3. Объяснение нового материала. (20 мин.)
4. Закрепление пройденного материала. (10 мин.)
5. Домашнее задание. (5 мин.)
6. Итоги занятия. (2 мин.)

## ХОД ЗАНЯТИЯ

### I. Организационный момент. Объявление темы и постановка целей занятия.

Переключение внимания студентов на предмет «Элементы математической логики». Объявление темы и постановка целей занятия. (5 мин)

Сопровождение презентацией:



КГБ ПОУ «Хабаровский машиностроительный техникум»

5

**Множество есть многое  
мыслимое как единое целое.**  
Георг Кантор

**Тема: Общие понятия теории множеств:  
множества,  
операции над множествами и их свойства.**

Разработчик: Ермолко Г.С.

### Цели занятия:

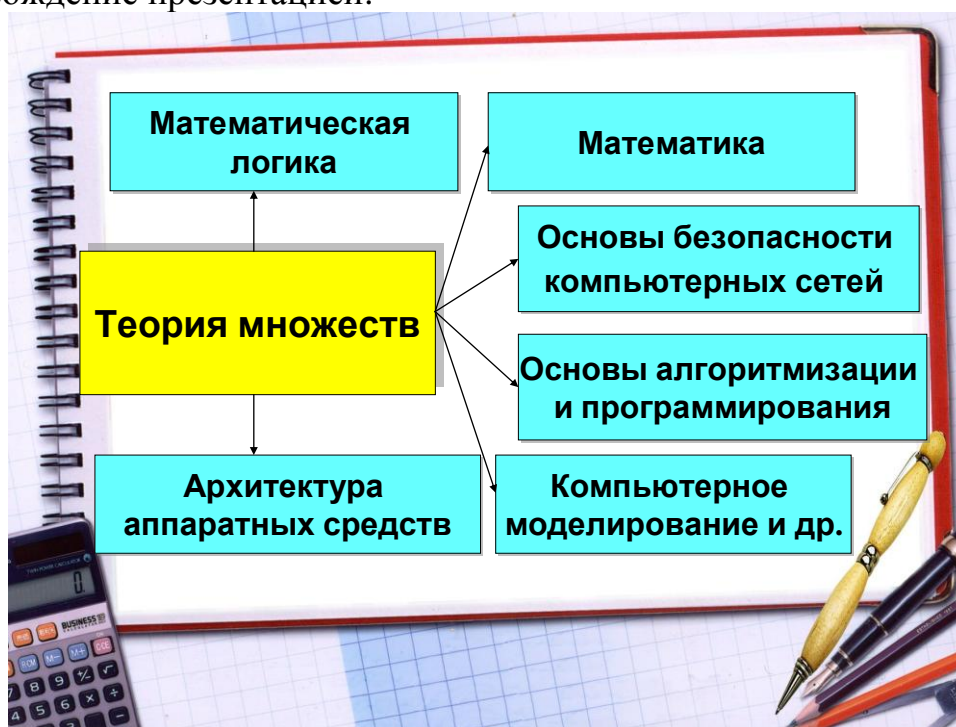
- Сформировать представление о «Теории множеств» и ее взаимосвязи с другими науками;
- Изучить понятие множества и его элементов;
- Рассмотреть способы задания и виды множеств;
- Научиться выполнять простейшие операций над множествами и рассмотреть их свойства;
- Научиться решать простейшие задачи теории множеств.



## II. Мотивация изучения темы.

С понятием множества вы уже сталкивались при изучении таких дисциплин как математика и математическая логика. Теория множеств входит в дисциплины относящихся к числу общепрофессиональных, таких как: «Архитектура аппаратных средств», «Основы безопасности компьютерных сетей», «Основы алгоритмизации и программирования», «Компьютерное моделирование» и др., специальности 09.02.02 Компьютерные сети, формирующих базовый уровень знаний для изучения многих предметов. Таким образом, тема «Общие понятия теории множеств» является «темой на межпредметной основе». С его помощью студенты приобретают фундаментальные теоретические знания, необходимые для изучения общепрофессиональных и специальных дисциплин.

Сопровождение презентацией:



## III. Объяснение нового материала.

Студенты записывают тему. В ходе беседы пытаются самостоятельно сформулировать определение множества. Записывают определение и рассматривают примеры множеств и их обозначение в математике.

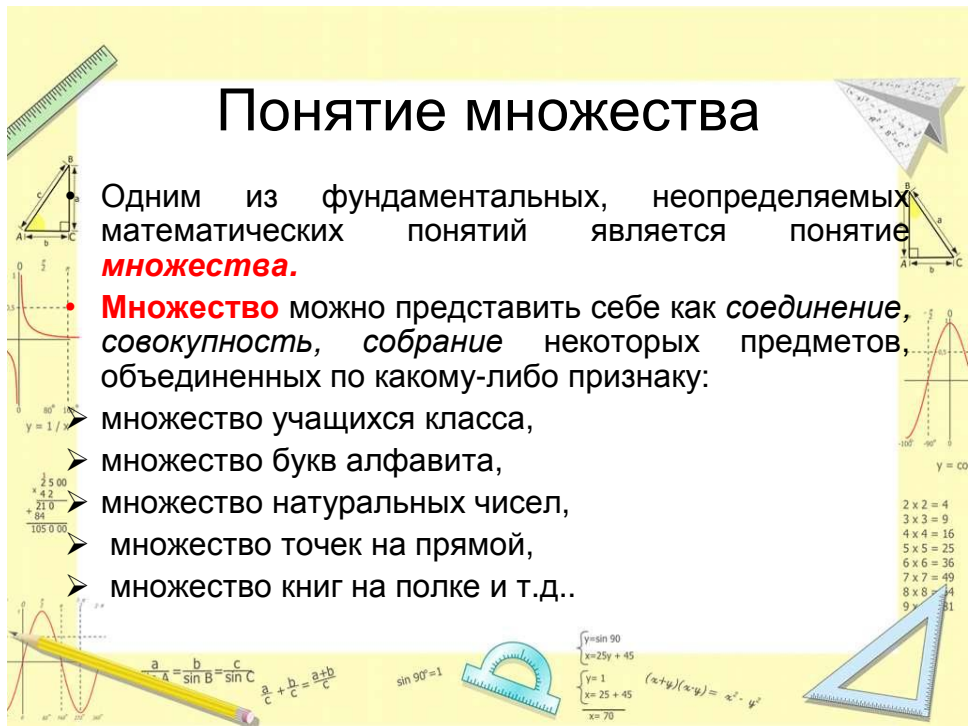
Сопровождение презентацией:

# Понятие множества

Одним из фундаментальных, неопределяемых математических понятий является понятие **множества**.

**Множество** можно представить себе как *соединение, совокупность, собрание* некоторых предметов, объединенных по какому-либо признаку:

- множество учащихся класса,
- множество букв алфавита,
- множество натуральных чисел,
- множество точек на прямой,
- множество книг на полке и т.д..



**Придумай название для предметов и животных, собранных вместе:**



**Коллекция марок**



**Набор карандашей**



**Стая птиц**



**Чайный сервиз**



**Букет цветов**



**Стадо коров**

## Обозначения некоторых числовых множеств:

$\mathbb{N}$  – множество натуральных чисел;  
 $\mathbb{Z}$  – множество целых чисел;  
 $\mathbb{Q}$  – множество рациональных чисел;  
 $\mathbb{I}$  – множество иррациональных чисел;  
 $\mathbb{R}$  – множество действительных чисел.

## Обозначения некоторых числовых множеств:

Студенты совместно с преподавателем формулируют определение элемента множества и выполняют практическое задание.

Сопровождение презентацией:

## Элемент множества

- Объекты, из которых образовано множество, называются **элементами**.
- Элементы множества принято обозначать строчными буквами латинского алфавита: a, b, c... z.
- Если элемент x принадлежит множеству M, то записывают  $x \in M$ , если не принадлежит –  $x \notin M$ .

## Задание

ЗАПИШИ  
В ТЕТРАДЬ

1. Запишите на символическом языке следующее утверждение:
  - а) число 10 – натуральное;
  - б) число – 7 не является натуральным;
  - в) число – 100 является целым;
  - г) число 2,5 – не целое.
2. Верно ли, что:
  - а)  $-5 \in \mathbb{N}$ ; б)  $-5 \in \mathbb{Z}$ ; в)  $2,45 \notin \mathbb{Q}$ ?



## Задание

ЗАПИШИ В ТЕТРАДЬ

**Определите вид множества:**

- а) множество чисел, кратных 13;
- б) множество делителей числа 15;
- в) множество деревьев в лесу;
- г) множество натуральных чисел;
- д) множество лифтов в техникуме;
- е) множество корней уравнения  $x + 3 = 11$ ;
- ж) множество решений неравенства  $x + 1 < 3$ .

Совместно с преподавателем студенты определяют способы задания множеств и понятие подмножества.

Сопровождение презентацией:



# Способы задания множеств

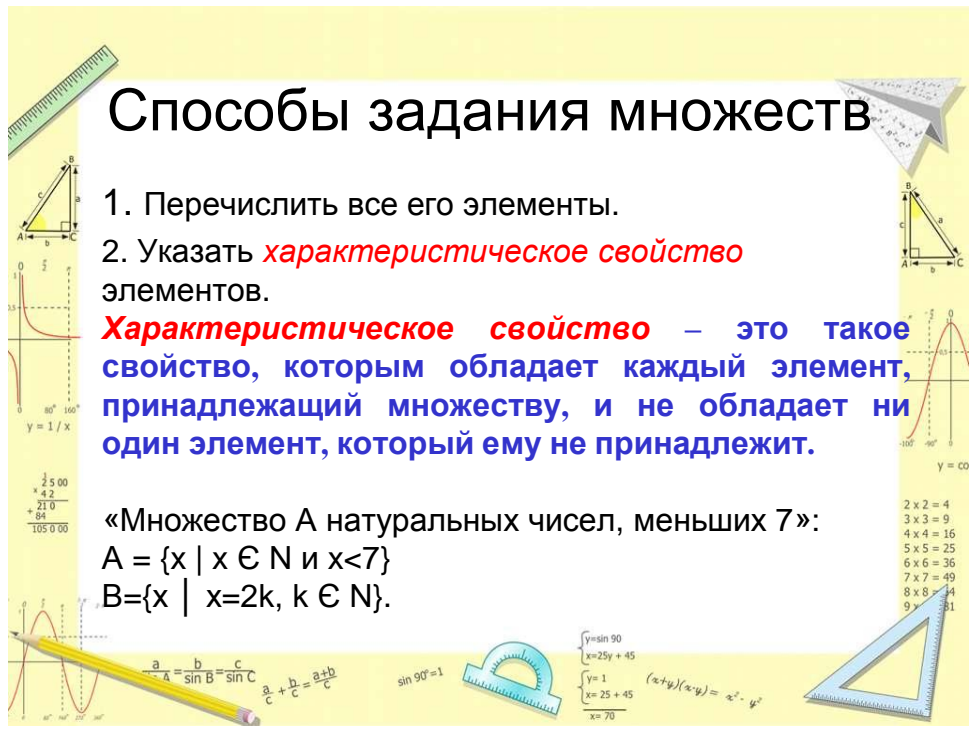
1. Перечислить все его элементы.
2. Указать **характеристическое свойство** элементов.

**Характеристическое свойство** – это такое свойство, которым обладает каждый элемент, принадлежащий множеству, и не обладает ни один элемент, который ему не принадлежит.

«Множество A натуральных чисел, меньших 7»:

$$A = \{x \mid x \in \mathbb{N} \text{ и } x < 7\}$$

$$B = \{x \mid x = 2k, k \in \mathbb{N}\}$$

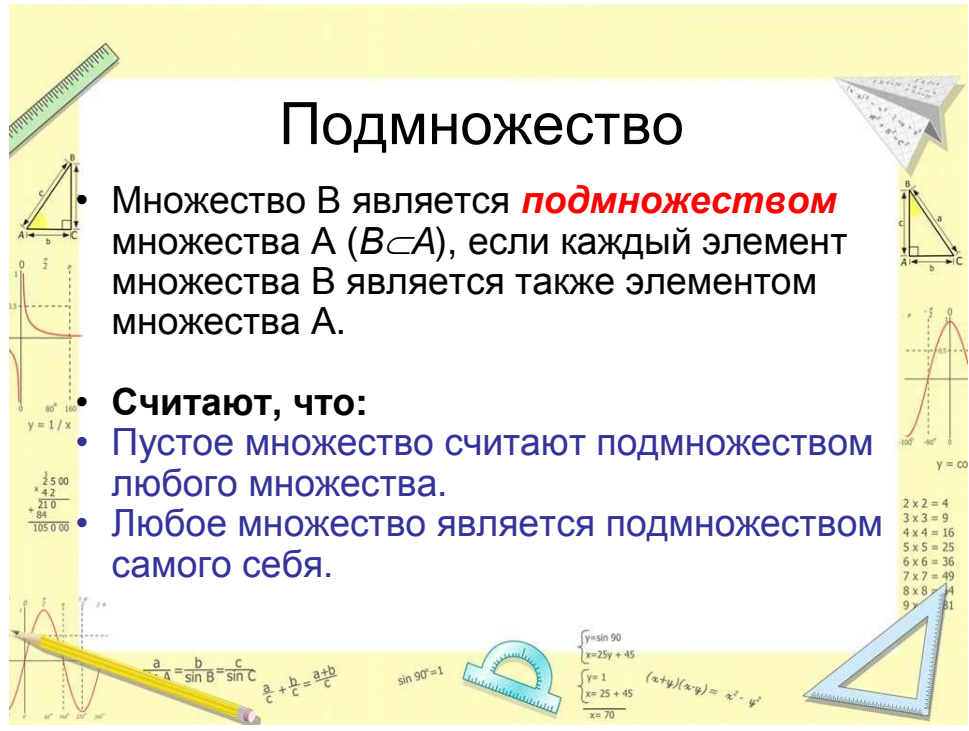


# Подмножество

- Множество B является **подмножеством** множества A ( $B \subset A$ ), если каждый элемент множества B является также элементом множества A.

• **Считают, что:**

- Пустое множество считают подмножеством любого множества.
- Любое множество является подмножеством самого себя.



## Пример

1. Даны множества, определить являются ли они подмножествами:

- $C = \{4, 5, 7, 9, 11\}$
- $D = \{5, 7, 11\}$
- $D \subset C, C \not\subset D$

2. Даны множества, определить являются ли они подмножествами:

- $F = \{к, а, р, т\}$
- $G = \{а, к, р\}$
- $G \subset F, G \not\subset F$

Мы рассмотрели понятие множества, способы его записи, изображения и основные виды. Теперь перейдем к следующему этапу нашей работы и рассмотрим основные виды операций над множествами и их свойства.

Студенты, пытаются самостоятельно сформулировать определения. Определения записывается в тетрадах. Для лучшего усвоения материала после каждого определения рассматривается пример выполнения операции.

Сопровождение презентацией:

## Определение объединения

• **Объединением** множеств  $A$  и  $B$  называется множество  $C$ , которое состоит **из всех элементов** данных множеств  $A$  и  $B$  и только из них:  $C = \{x \mid x \in A \text{ или } x \in B\}$ .

• Обозначается,  $A \cup B$ .

## Пример

1. Даны множества, найдите их объединение:

- $C = \{0, 5, 12, 16, 18\}$
- $D = \{5, 7, 20\}$
- $C \cup D = \{0, 5, 7, 12, 16, 18, 20\}$

2. Даны множества, найдите их объединение:

- $F = \{\text{п, о, е, з, д}\}$
- $G = \{\text{е, з, д, а}\}$
- $F \cup G = \{\text{п, о, е, з, д, а}\}$

$$\frac{a}{A} = \frac{b}{\sin B} = \frac{c}{\sin C} \quad \frac{a}{c} + \frac{b}{c} = \frac{a+b}{c}$$

$$\sin 90^\circ = 1$$

$$\begin{cases} y = \sin 90 \\ x = 25y + 45 \\ y = 1 \\ x = 25 + 45 \\ x = 70 \end{cases}$$

$$(x+y)(x-y) = x^2 - y^2$$

$$\begin{array}{l} 2 \times 2 = 4 \\ 3 \times 3 = 9 \\ 4 \times 4 = 16 \\ 5 \times 5 = 25 \\ 6 \times 6 = 36 \\ 7 \times 7 = 49 \\ 8 \times 8 = 64 \\ 9 \times 9 = 81 \end{array}$$

## Определение пересечения

• **Пересечением** множеств  $A$  и  $B$  называется множество  $C$ , состоящее из всех **тех и только тех элементов**, которые принадлежат каждому из данных множеств:  $C = \{x \mid x \in A \text{ и } x \in B\}$ . Обозначается  $A \cap B$ .

$$\frac{a}{A} = \frac{b}{\sin B} = \frac{c}{\sin C} \quad \frac{a}{c} + \frac{b}{c} = \frac{a+b}{c}$$

$$\sin 90^\circ = 1$$

$$\begin{cases} y = \sin 90 \\ x = 25y + 45 \\ y = 1 \\ x = 25 + 45 \\ x = 70 \end{cases}$$

$$(x+y)(x-y) = x^2 - y^2$$

$$\begin{array}{l} 2 \times 2 = 4 \\ 3 \times 3 = 9 \\ 4 \times 4 = 16 \\ 5 \times 5 = 25 \\ 6 \times 6 = 36 \\ 7 \times 7 = 49 \\ 8 \times 8 = 64 \\ 9 \times 9 = 81 \end{array}$$

## Пример

1. Даны множества, найдите их пересечение:

- $C = \{0, 5, 12, 16, 18\}$
- $D = \{5, 7, 20\}$
- $C \cap D = \{5\}$

2. Даны множества, найдите их пересечение:

- $F = \{\text{п, о, е, з, д}\}$
- $G = \{\text{е, з, д, а}\}$
- $F \cap G = \{\text{е, з, д}\}$

$\frac{a}{A} = \frac{b}{\sin B} = \frac{c}{\sin C}$     $\frac{a}{c} + \frac{b}{c} = \frac{a+b}{c}$     $\sin 90^\circ = 1$     $\begin{cases} y = \sin 90 \\ x = 25y + 45 \\ y = 1 \\ x = 25 + 45 \\ x = 70 \end{cases}$     $(x+y)(x-y) = x^2 - y^2$

$2 \times 2 = 4$   
 $3 \times 3 = 9$   
 $4 \times 4 = 16$   
 $5 \times 5 = 25$   
 $6 \times 6 = 36$   
 $7 \times 7 = 49$   
 $8 \times 8 = 64$   
 $9 \times 9 = 81$

## Определение разности

• **Разность** множеств  $A$  и  $B$  называется множество  $C$ , состоящее из **всех элементов множества  $A$ , не принадлежащих множеству  $B$** :

- $C = \{x \mid x \in A \text{ и } x \notin B\}$ .
- Обозначается,  $A \setminus B$ .
- В случае, когда  $B$  является подмножеством  $A$ , т.е.  $B \subset A$ , разность  $A \setminus B$  называется **дополнением множества  $B$  до множества  $A$**  (или относительно множества  $A$ ).

$\frac{a}{A} = \frac{b}{\sin B} = \frac{c}{\sin C}$     $\frac{a}{c} + \frac{b}{c} = \frac{a+b}{c}$     $\sin 90^\circ = 1$     $\begin{cases} y = \sin 90 \\ x = 25y + 45 \\ y = 1 \\ x = 25 + 45 \\ x = 70 \end{cases}$     $(x+y)(x-y) = x^2 - y^2$

$2 \times 2 = 4$   
 $3 \times 3 = 9$   
 $4 \times 4 = 16$   
 $5 \times 5 = 25$   
 $6 \times 6 = 36$   
 $7 \times 7 = 49$   
 $8 \times 8 = 64$   
 $9 \times 9 = 81$

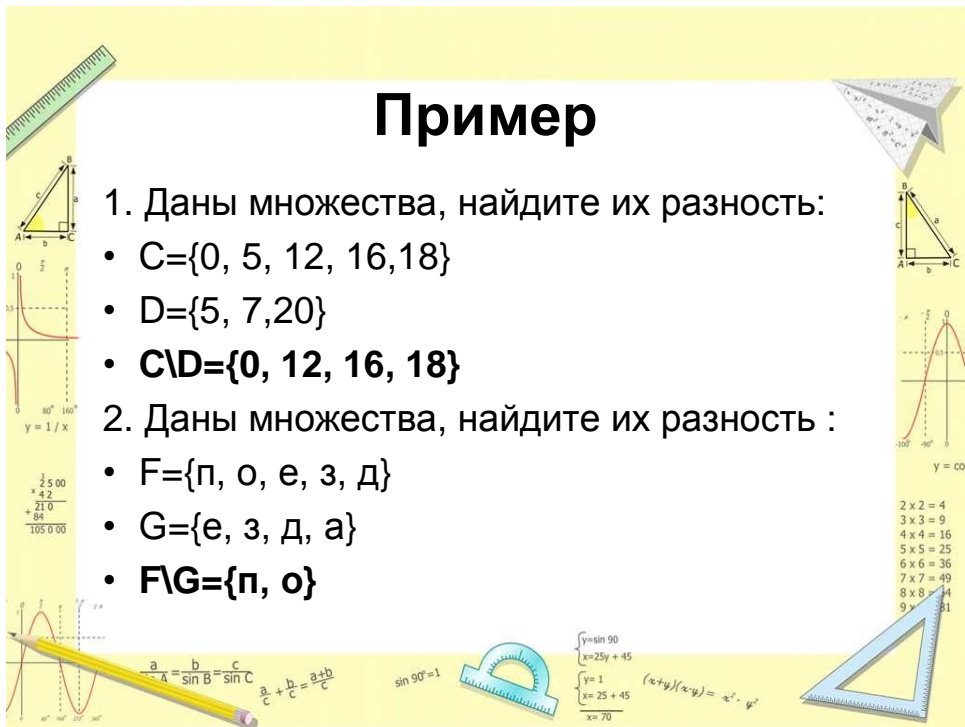
## Пример

1. Даны множества, найдите их разность:

- $C = \{0, 5, 12, 16, 18\}$
- $D = \{5, 7, 20\}$
- $C \setminus D = \{0, 12, 16, 18\}$

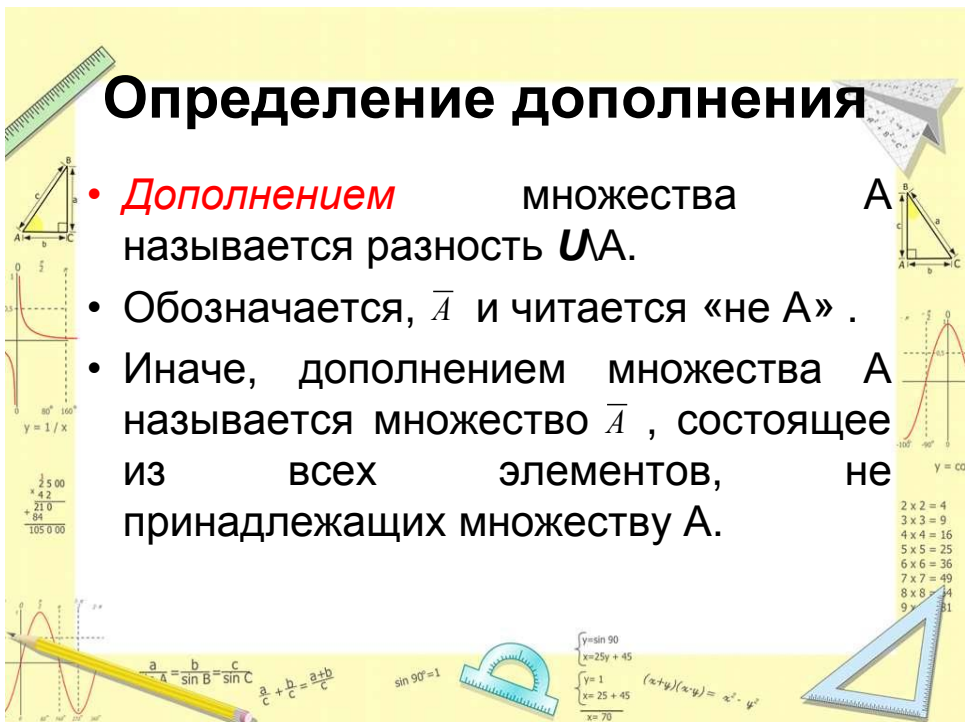
2. Даны множества, найдите их разность:

- $F = \{\text{п, о, е, з, д}\}$
- $G = \{\text{е, з, д, а}\}$
- $F \setminus G = \{\text{п, о}\}$



## Определение дополнения

- **Дополнением** множества  $A$  называется разность  $\bar{A}$ .
- Обозначается,  $\bar{A}$  и читается «не A».
- Иначе, дополнением множества  $A$  называется множество  $\bar{A}$ , состоящее из всех элементов, не принадлежащих множеству  $A$ .



# Определение универсального множества

- **Универсальным множеством** называется множество, подмножества которого (и только они) в данный момент рассматриваются. Обозначают **U**.
- При работе с числовыми множествами в качестве основного (универсального) множества будем считать множество  $\mathbb{R}$  действительных чисел.

## Пример

1. Даны множества, найдите дополнение множества C:
  - $C = \{0, 5, 12, 16, 18\}$
  - $D = \{5, 12\}$
  - $C \setminus D = \{0, 16, 18\}$
2. Даны множества, найдите дополнение множества A:
  - U - все буквы русского алфавита
  - A - согласные буквы
  - $U \setminus A$  - гласные буквы

Рассмотрим свойства операций над множествами, студенты записывают их себе в тетрадь.

Сопровождение презентацией:

## Свойства операций над множествами

1. Свойство поглощения:  

$$A \cup A = A, A \cap A = A$$
2. Пересечение и объединение множеств коммутативно:  

$$A \cup B = B \cup A; A \cap B = B \cap A$$
3. Пересечение и объединение множеств ассоциативно:  

$$(A \cup B) \cup C = A \cup (B \cup C); (A \cap B) \cap C = A \cap (B \cap C)$$
4. Для любых множеств A, B справедливо:  
 если  $B \subseteq A$ , то  $A \cap B = B$  и  $A \cup B = A$

## Свойства операций над множествами

5. Для любых множеств A, B и C справедливы свойства дистрибутивности:  

$$A \cap (B \cup C) = (A \cap B) \cup (A \cap C)$$

$$A \cup (B \cap C) = (A \cup B) \cap (A \cup C)$$
6. Свойства пустого множества:  

$$A \cup \emptyset = A$$

$$A \cap \emptyset = \emptyset$$
7. Законы де Моргана:  

$$\overline{A \cap B} = \overline{A} \cup \overline{B}$$

$$\overline{A \cup B} = \overline{A} \cap \overline{B}$$

### IV. Закрепление пройденного материала.

Студентам задаются вопросы по изученному материалу.

Сопровождение презентацией:

# Вопросы для закрепления:

1. Дайте определение понятию «множество».
2. Какие виды множеств вы знаете?
3. Какими способами можно задать множество?
4. Какие операции над множествами выполняются?
5. В каких дисциплинах применяется «Теория множеств»?

Предлагается четыре варианта заданий. Листы подписываются, задания выполняются в отведенном для решения месте.

**ФИО** \_\_\_\_\_

**Задание:** Даны два множества, определить являются ли они подмножествами, найти их объединение, пересечение, разность и дополнение:

$$C = \{3, 6, 7, 8, 10, 12, 14, 21, 50\}$$

$$D = \{8, 10, 50\}$$

**Решение:**

**ФИО** \_\_\_\_\_

**Задание:** Даны два множества, определить являются ли они подмножествами, найти их объединение, пересечение, разность и дополнение:

$$C = \{0, 3, 4, 5, 7, 9, 11, 18, 47\}$$

$$D = \{5, 7, 47\}$$

**Решение:**



## ФИО \_\_\_\_\_

**Задание:** Даны два множества, определить являются ли они подмножествами, найти их объединение, пересечение, разность и дополнение:

$$C = \{5, 8, 9, 10, 12, 14, 16, 23, 52\}$$

$$D = \{10, 12, 52\}$$

**Решение:**

## ФИО \_\_\_\_\_

**Задание:** Даны два множества, определить являются ли они подмножествами, найти их объединение, пересечение, разность и дополнение:

$$C = \{0, 8, 14, 18, 21, 22, 25, 30, 55\}$$

$$D = \{0, 22, 55\}$$

**Решение:**

## V. Домашнее задание.

Записывают домашнее задание в тетрадь. Сопровождение презентацией:

**Домашнее задание**

Задайте произвольно множества  $A, B, C$  и проверьте выполнение свойств операций над множествами.

## VI. Итоги занятия.

Озвучивание оценок.

## Список используемой литературы

### Основные источники:

1. Вороненко А.А. Дискретная математика. Задачи и упражнения с решениями: Учебно-методическое пособие/ А.А. Вороненко. – М.: НИЦ ИНФРА-М, 2013. – 104 с.
2. Канцедал С.А. Дискретная математика: Учебное пособие/ С.А. Канцедал. – М.: ИД ФОРУМ, НИЦ ИНФРА-М, 2013. – 224 с.
3. Куликов В.В. Дискретная математика: Учебное пособие/ В.В. Куликов. – М.: ИД РИОР, 2013. – 174 с.
4. Тюрин С.Ф. Дискретная математика: Практическая дискретная математика и математическая логика: учебное пособие/ С.Ф. Тюрин, Ю.А. Аляев. – М.:ФиС, ИНФРА-М, 2012. – 384 с.
5. Новиков Ф.С. Дискретная математика. – СПб.: Питер, 2012. – 400 с.
6. Спирина М.С., Спирин П.А.. Дискретная математика. – М.: Академия, 2012. – 368 с.
7. Соболева Т.С., Чечкин А.В. Дискретная математика. – М.: Академия, 2012. – 256 с.

### Дополнительные источники:

1. Спирин М.С., Спирина П.А. Дискретная математика. М.: Издательский центр «Академия», 2010. – 245 с.
2. Витязева Н.А. Курс лекций по учебной дисциплине «Дискретная математика». – Иркутск, ИЭК, 2010. – 301 с.
3. Витязева Н.А. Методические указания к практическим работам по учебной дисциплине «Дискретная математика». – Иркутск, ИЭК, 2010. – 186 с.
4. Игошин В.И. «Математическая логика и теория алгоритмов»: учеб. пособие для студ. высш. учеб. заведений / В. И. Игошин. — 2-е изд., стер. — М. : Издательский центр «Академия», 2008. – 274 с.
5. Игошин В.И. «Задачи и упражнения по математической логике и теории алгоритмов» / В. И. Игошин. — 3-е изд., стер. — М. : Издательский центр «Академия», 2007. – 208 с.
6. Лихтарников Л.М. Сукачёва Т.Г. Математическая логика. – СПб.: Лань, 1999. – 286 с.

### Интернет ресурсы:

1. Дискретная математика: электронный учебник. Форма доступа: [http://lvf2004.com/dop\\_t3.html](http://lvf2004.com/dop_t3.html)
2. Сборник задач по логике. Форма доступа: <http://www.burinfo.ru/dist1/psob/Phil/posob6.pdf>
3. Введение в логику. Форма доступа: <http://dic.academic.ru/library.nsf/logic/>